ثانوية بئر أنزران . صفرو .
2011 − 2012

الأعداد العقدية

2 بكالوريا علوم فيزيائية 1
ذ: توفيق بنعمرو

الشّكل الجبري لعدد عقدي:

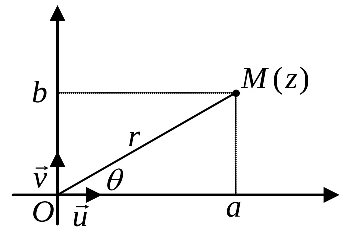
$z=a+ib$ حيث a و b من $\mathbb{R}$.

الجزء الحقيقي ل z هو: $\mathrm{Re}(z)=a$.

الجزء التخيّلي ل z هو: $\mathrm{Im}(z)=b$.

مرافق z هو: $\overline{z}=a-ib$.

معيار z هو: $|z|=\sqrt{z\times\overline{z}}=\sqrt{a^2+b^2}$



$M(z)$ صورة z و $\overrightarrow{OM}$ الصورة المتجهية ل z

$z=a+ib$ لَحَق النّقطة $M(a,b)$ أو لحق $\overrightarrow{OM}$

الشّكل المثلثي لعدد عقدي غير منعدم:

$z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ حيث $r>0$.

معيار z هو: $r=|z|=OM$.

عمدة z هو: $\arg(z)\equiv(\vec{u},\overrightarrow{OM})\equiv\theta[2\pi]$.

$a=r\cos\theta$ و $b=r\sin\theta$

$z=[r\ ,\ \theta]=r(\cos\theta+i\sin\theta)$

$$z+\overline{z}=2\cdot\mathrm{Re}(z)$$
$$z-\overline{z}=2\cdot i\cdot\mathrm{Im}(z)$$
$$\overline{z+z'}=\overline{z}+\overline{z'}$$
$$\overline{z\times z'}=\overline{z}\times\overline{z'}$$
$$\overline{(z^n)}=(\overline{z})^n$$
$$\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)}=\frac{\overline{z}}{\overline{z'}}$$

$$|z|=|-z|=|\overline{z}|$$
$$|z+z'|\le|z|+|z'|$$
$$|z\times z'|=|z|\times|z'|$$
$$|z^n|=|z|^n$$
$$\left|\frac{z}{z'}\right|=\frac{|z|}{|z'|}$$
$$AB=|z_A-z_B|$$

$$\arg(-z)\equiv\pi+\arg(z)[2\pi]$$
$$\arg(\overline{z})\equiv-\arg(z)[2\pi]$$
$$\arg(z+z')\ne\arg(z)+\arg(z')[2\pi]$$
$$\arg(z\times z')\equiv\arg(z)+\arg(z')[2\pi]$$
$$\arg(z^n)\equiv n\cdot\arg(z)\ [2\pi]$$
$$\arg\left(\frac{z}{z'}\right)\equiv\arg(z)-\arg(z')[2\pi]$$
$$\arg\left(\frac{1}{z}\right)\equiv-\arg(z)[2\pi]$$

لحق المتجهة $\overrightarrow{AB}$ هو z_B-z_A

$$(\vec{u},\overrightarrow{AB})\equiv\arg(z_B-z_A)[2\pi]$$
$$(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD})\equiv\arg\left(\frac{z_D-z_C}{z_B-z_A}\right)[2\pi]$$
$$(AB)//(CD)\Leftrightarrow\arg\left(\frac{z_D-z_C}{z_B-z_A}\right)\equiv0\ [\pi]\Leftrightarrow\frac{z_D-z_C}{z_B-z_A}\in\mathbb{R}^*$$
$$(AB)\perp(CD)\Leftrightarrow\arg\left(\frac{z_D-z_C}{z_B-z_A}\right)\equiv\frac{\pi}{2}\ [\pi]\Leftrightarrow\frac{z_D-z_C}{z_B-z_A}\in i\mathbb{R}^*$$

ثلاث نقط D و E و F $(E\ne F)$ مستقيمية $\Leftrightarrow\frac{z_D-z_E}{z_F-z_E}\in\mathbb{R}$.

I منتصف $[AB]$ $\Leftrightarrow z_I=\frac{z_A+z_B}{2}$

$$[r,\theta]^p=[r^p\ ,\ p\times\theta]$$
$$\overline{[r,\alpha]}=[r\ ,\ -\alpha]$$
$$[r,\theta]\times[r',\theta']=[r\times r',\theta+\theta']$$
$$-[r,\alpha]=[r,\alpha+\pi]=[r,\alpha-\pi]$$
$$\frac{1}{[r,\theta]}=\left[\frac{1}{r}\ ,\ -\theta\right]$$
$$\frac{[r,\theta]}{[a,\alpha]}=\left[\frac{r}{a}\ ,\ \theta-\alpha\right]$$

Z عدد حقيقي $\Leftrightarrow\mathrm{Im}(Z)=0\Leftrightarrow\overline{Z}=Z$.

Z عدد تخيلي صرف $\Leftrightarrow\mathrm{Re}(Z)=0\Leftrightarrow\overline{Z}=-Z$.

$\arg(Z)\equiv0\ [2\pi]\Leftrightarrow Z\in\mathbb{R}^{+*}\Leftrightarrow\mathrm{Im}(Z)=0$ و $\mathrm{Re}(Z)>0$.

$\arg(Z)\equiv(\pi/2)\ [2\pi]\Leftrightarrow Z\in i\cdot\mathbb{R}^{+*}\Leftrightarrow\mathrm{Re}(Z)=0$ و $\mathrm{Im}(Z)>0$.

$\arg(Z)\equiv0\ [\pi]\Leftrightarrow Z\in\mathbb{R}^*\Leftrightarrow\mathrm{Im}(Z)=0$ و $\mathrm{Re}(Z)\ne0$.

$\arg(Z)\equiv\pi\ [2\pi]\Leftrightarrow Z\in\mathbb{R}^{-*}\Leftrightarrow\mathrm{Im}(Z)=0$ و $\mathrm{Re}(Z)<0$.

$\arg(Z)\equiv(-\pi/2)\ [2\pi]\Leftrightarrow Z\in i\cdot\mathbb{R}^{-*}\Leftrightarrow\mathrm{Re}(Z)=0$ و $\mathrm{Im}(Z)<0$.

$\arg(Z)\equiv(\pi/2)\ [\pi]\Leftrightarrow Z\in i\cdot\mathbb{R}^*\Leftrightarrow\mathrm{Re}(Z)=0$ و $\mathrm{Im}(Z)\ne0$.

$$e^{i\theta}=[1,\theta]=\cos\theta+i\cdot\sin\theta$$
$$e^{i(\theta+\theta')}=e^{i\theta}\times e^{i\theta'}$$
$$e^{i(\theta-\theta')}=\frac{e^{i\theta}}{e^{i\theta'}}$$
$$e^{i(-\theta)}=\frac{1}{e^{i\theta}}$$
$$(e^{i\theta})^n=e^{i(n\cdot\theta)}$$
$$e^{ix}+e^{-ix}=2\cdot\cos(x)$$
$$e^{ix}-e^{-ix}=2\cdot i\cdot\sin(x)$$

المعادلة:	$\Delta=b^2-4ac$	حلول المعادلة	التعميل
$az^2+bz+c=0$ حيث a و b و c أعداد حقيقية و $a\ne0$.	$\Delta=0$	$z=-\frac{b}{2a}$	$az^2+bz+c=a\left(z+\frac{b}{2a}\right)^2$
	$\Delta>0$	$z_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ و $z_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$	$az^2+bz+c=a(z-z_1)(z-z_2)$
	$\Delta<0$	$z_1=\frac{-b+i\sqrt{-\Delta}}{2a}$ و $z_2=\frac{-b-i\sqrt{-\Delta}}{2a}$	$az^2+bz+c=a(z-z_1)(z-z_2)$

بالتوفيق

$$z_1+z_2=\frac{-b}{a}$$
$$z_1\times z_2=\frac{c}{a}$$

MOIVRE
$$[1\ ;\ \theta]^n=[1\ ;\ n\times\theta]$$
$$\mathrm{Re}([1\ ;\ \theta]^n)=\cos(n\cdot\theta)$$
$$\mathrm{Im}([1\ ;\ \theta]^n)=\sin(n\cdot\theta)$$

$$e^{ix}+e^{iy}=e^{i\left(\frac{x+y}{2}\right)}\cdot\left(e^{i\left(\frac{x-y}{2}\right)}+e^{i\left(\frac{y-x}{2}\right)}\right)=2\cos\left(\frac{x-y}{2}\right)\cdot e^{i\left(\frac{x+y}{2}\right)}$$
$$e^{ix}-e^{iy}=e^{i\left(\frac{x+y}{2}\right)}\cdot\left(e^{i\left(\frac{x-y}{2}\right)}-e^{i\left(\frac{y-x}{2}\right)}\right)=2i\sin\left(\frac{x-y}{2}\right)\cdot e^{i\left(\frac{x+y}{2}\right)}$$

$$\text{EULER}\begin{cases}\cos(\theta)=\dfrac{e^{i\cdot\theta}+e^{-i\cdot\theta}}{2}\\ \sin(\theta)=\dfrac{e^{i\cdot\theta}-e^{-i\cdot\theta}}{2\cdot i}\end{cases}$$

إذا كان $M(z)$ و $N(z')$ فإنّ النّقطة $S(z+z')$ هي بحيث $OMSN$ متوازي أضلاع.

تكون A و B و C و D متداورة إذا كان: $\left(\frac{z_D-z_A}{z_B-z_A}\times\frac{z_D-z_C}{z_B-z_C}\right)\in\mathbb{R}$ أو $\left(\frac{z_D-z_A}{z_B-z_A}\times\frac{z_B-z_C}{z_D-z_C}\right)\in\mathbb{R}$

الإزاحة $t_{\vec{w}}$: $t_{\vec{w}}(M)=M'\Leftrightarrow z'=z+b$. حيث $M(z)$ و $M'(z')$ و $\vec{w}(b)$.

التحاكي $h_{(\Omega,k)}$: $h_{(\Omega,k)}(M)=M'\Leftrightarrow z'-\omega=k(z-\omega)$. حيث $M(z)$ و $M'(z')$ و $\Omega(\omega)$.

الدوران $R_{(\Omega,\alpha)}$: $R_{(\Omega,\alpha)}(M)=M'\Leftrightarrow z'-\omega=e^{i\alpha}(z-\omega)$. حيث $M(z)$ و $M'(z')$ و $\Omega(\omega)$.

كل عدد حقيقي a يقبل جذرين مربّعين في $\mathbb{C}$.

إذ كان $a>0$ فإن الجذرين هما $\sqrt{a}$ و $-\sqrt{a}$.

إذ كان $a<0$ فإنّ الجذرين هما $i\sqrt{-a}$ و $-i\sqrt{-a}$

الجذران المربّعان للعدد 7 هما $\sqrt{7}$ و $-\sqrt{7}$.

الجذران المربّعان للعدد (-7) هما $i\sqrt{7}$ و $-i\sqrt{7}$

الجذران المربّعان للعدد (-9) هما $3i$ و $-3i$.

الجذران المربّعان للعدد $\sqrt[3]{11}$ هما $\sqrt[6]{11}$ و $-\sqrt[6]{11}$.

الجذران المربّعان للعدد (-1) هما i و $-i$.